

Filière Physique

Spécialités : Physique des Rayonnements, Physique des Matériaux et Physique Théorique
Epreuve de base : Mécanique Quantique

Concours pour l'accès à la Formation de Doctorat 3ème Cycle
(Sujet N° : 01)

Examen de Mécanique Quantique

EXERCICE 1: (12 pts)

Les électrons de conduction dans les métaux sont soumis à un potentiel moyen de la forme : (voir figure 1)

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \\ V_0 & \text{pour } x > 0 \end{cases}$$

Soit E l'énergie totale d'un électron de conduction de masse m s'approchant de la surface du métal. On étudiera les cas suivants :

- a - $E > V_0$.
- b - $0 < E < V_0$.

1. Donner l'équation de Schrödinger pour les états stationnaires dans les milieux (1) et (2).
2. Ecrire les équations de continuités en $x = 0$.
3. Calculer les coefficients de probabilité de transmission t et de réflexion r de cette électron.

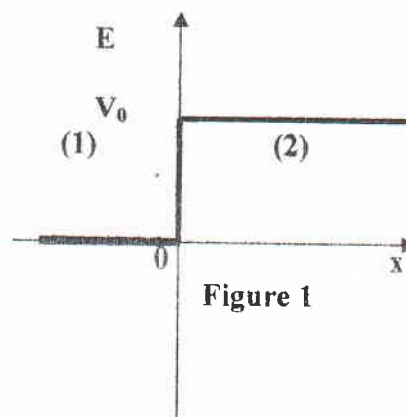


Figure 1

EXERCICE 2: (08 pts)

On considère un oscillateur harmonique de pulsation ω , constitué par une particule de masse m se déplaçant sur l'axe Ox . On le soumet à une perturbation quadratique W de la forme :

$$W = \frac{\alpha}{4} (a + a^\dagger)^2 \hbar \omega \quad 0 < \alpha \ll 1$$

a et $a^\dagger$ étant les opérateurs d'annihilation et de création.

On notera $E_n^{(0)}$ et $|n\rangle$ les énergies et vecteurs propres de l'Hamiltonien non perturbé H_0 , E_n et $|\psi_n\rangle$ ceux de l'Hamiltonien $H = H_0 + W$.

On applique la théorie des perturbations stationnaires :

1. Montrer que seuls les éléments matriciels suivants sont non nuls :

$$\langle m | W | n \rangle \neq 0 \text{ pour } m = n \text{ et } m = n \pm 2$$

2. En déduire :

- i) La correction $E_n^{(1)}$ de l'énergie au premier ordre d'approximation.
- ii) La correction $E_n^{(2)}$ d'ordre deux.

3. Montrer que les états propres $|n\rangle$ sont contaminés par les états $|n+2\rangle$ et $|n-2\rangle$: on donnera les états stationnaires $|\psi_n\rangle$ jusqu'à l'ordre un d'approximation.

On donne : $[a, a^\dagger] = 1$, $a^\dagger a = N$, $N|n\rangle = n|n\rangle$, $a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$ et $a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$